

令和6年度
一般選抜（後期）

9時00分～10時30分

数 学

問 題 冊 子 1 ～ 7 頁
解 答 用 紙 1 頁

注 意 事 項

1. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、この注意をよく読むこと。
2. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、問題冊子は表紙を上、解答用紙は裏面を上置き、問題冊子は開かないこと。
3. 試験開始の合図〔チャイム〕の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答はかならず定められた解答用紙を用い、はっきり読みやすく記入すること。
また解答欄以外には何も書かないこと。
5. 問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。
6. 試験開始60分以内および試験終了前10分間は、途中退場を認めない。
7. 途中退場、質問、トイレ、体調不良等で用件がある場合は、挙手のうえ監督者の指示に従うこと。
8. 問題冊子に、落丁や乱丁があるときは、挙手のうえ交換を求めること。
9. 試験終了の合図〔チャイム〕があったときは、ただちに筆記用具を置くこと。
10. 試験終了の合図〔チャイム〕の後は、解答用紙は裏返しにして、通路側に置くこと。
なお、途中退場の場合は解答用紙を裏返しにして、問題冊子の上に置くこと。
11. 問題冊子は持ち帰ること。なお、途中退場する場合は問題冊子を持ち帰れない。
12. その他、監督者の指示に従うこと。

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

1 以下の (1) ～ (3) の ア ～ ケ にあてはまる適切な数を解答用紙の
所定の欄に記入せよ.

(1) 正二十面体の各面は正三角形である. この立体の頂点の個数は ア 個
であり, 辺の本数は イ 本である.

(2) 2 点 $P_0(1, 1, 2)$, $P_1(-1, 0, 4)$ を通る直線と平面 $z = 0$ の共有点の座標は
(ウ , エ , 0) である. また原点 O から直線 P_0P_1 に下ろした
垂線 OH の長さは $\frac{\sqrt{\text{オ}}}{3}$ である.

(3) $\theta = \frac{3}{10}\pi$ とおく. このとき, $\sin 3\theta + \cos 2\theta = \text{カ}$ となる.

したがって $\sin \theta$ は

$$4 \sin^3 \theta + \text{キ} \sin^2 \theta - \text{ク} \sin \theta - 1 = 0$$

を満たす. これより $\sin \theta$ の値を求めると, $\sin \theta = \frac{\text{ケ}}{4}$ となる.

2 自然数 n に対して, 有理数 a_n, b_n を

$$a_n + b_n\sqrt{5} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \dots\dots (*)$$

を満たすように定める. 以下の (1), (2) に対する解答と (3), (4) の シ $\sim$ タ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 二項定理を用いて式 (*) の右辺を展開して,

$$a_n = \sum_{k=0}^A {}_nC_{2k} \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{2k} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2k}$$

$$b_n = \sum_{k=0}^B {}_nC_{2k+1} \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{2k} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2k}$$

と表すとき, $A = \text{ コ }, B = \text{ サ }$ である. コ, サ にあてはまるものを, 次の選択肢からそれぞれ選び, その記号を答えよ. ただし, 実数 x に対して $[x]$ は x を超えない最大の整数を表すものとする.

【選択肢】

Ⓐ $\left[\frac{n-1}{2}\right]$ Ⓑ $\left[\frac{n}{2}\right]$ Ⓒ $\left[\frac{n+1}{2}\right]$ Ⓓ $\left[\frac{n}{2}\right] + 1$ Ⓔ $\left[\frac{n}{2}\right] + 2$

(2) 自然数 n に対して, 有理数 c_n, d_n を

$$c_n + d_n\sqrt{5} = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

を満たすように定める. c_n, d_n を a_n, b_n を用いてそれぞれ表せ.

(3) a_n, b_n の一般項は

$$a_n = \text{ シ } \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \text{ ス } \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

$$b_n = \text{ セ } \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \text{ ソ } \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

となる. なお シ $\sim$ ソ は n を含まない数である.

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \text{ タ }$ である.

3 実数の閉区間 $A = [-1, 3]$, $B = [-2, 1]$ と関数 $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$ を考える.
 以下の (1) ~ (5) の ~ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) $f(3)$ の値を求めると $f(3) =$ である. $f(x)$ の A における極大値, 最大値, 最小値を求めると, 極大値は , 最大値は , 最小値は である.

(2) y に関する条件「 $f(x) = y$ を満たす $A \cup B$ の要素 x が存在する」が真となる y の範囲は $\leq y \leq$ である.

(3) y に関する条件「 $f(x_1) = y$ を満たす A の要素 x_1 が存在する, または $f(x_2) = y$ を満たす B の要素 x_2 が存在する」が真となる y の範囲は $\leq y \leq$ である.

(4) y に関する条件「 $f(x) = y$ を満たす $A \cap B$ の要素 x が存在する」が真となる y の範囲は $\leq y \leq$ である.

(5) y に関する条件「 $f(x_1) = y$ を満たす A の要素 x_1 が存在し, かつ $f(x_2) = y$ を満たす B の要素 x_2 が存在する」が真となる y の範囲は $\leq y \leq$ である.

- 4 $f(x) = x(x-1)(x-3)$ とし、座標平面上の曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = mx$ (m は実数) は 3 点 $O(0, 0)$, $P(x_1, mx_1)$, $Q(x_2, mx_2)$ ($0 < x_1 < x_2$) を共有するものとする.

以下の (1) ~ (3) の $\wedge$ $\sim$ $\times$ にあてはまる適切な数および (4) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

- (1) m の範囲を求めると $\wedge$ $< m < \wedge$ $\wedge$ $\times$ である.

- (2) $x_1^2 + x_2^2$, $x_1^3 + x_2^3$, $x_1^4 + x_2^4$ を m を用いた式で表すと,

$$x_1^2 + x_2^2 = \wedge \wedge \wedge m + 10$$

$$x_1^3 + x_2^3 = \wedge \wedge \wedge m + 28$$

$$x_1^4 + x_2^4 = 2m^2 + \wedge \wedge \wedge m + 82$$

となる.

- (3) 線分 OP と曲線 $y = f(x)$ の囲む部分の面積を S_1 , 線分 PQ と曲線 $y = f(x)$ の囲む部分の面積を S_2 とするとき, $S_1 : S_2 = 1 : 2$ となるような m の値を求めると $m = \frac{\wedge \wedge \wedge}{3}$ である.

- (4) (3) の m の値の計算過程を記せ.

以 上