

前期

1 n 乗根についての理解と読解力を確認する問題である.

(1) $\sqrt[n]{a}$ は n 乗して a になる正の実数のことである.

(2) $\sqrt[n]{a} > 0$ なので問題文で与えられた性質を用いて, $(\sqrt[n]{a})^m$ を n 乗すると,

$$\{(\sqrt[n]{a})^m\}^n = (\sqrt[n]{a})^{mn} = \{(\sqrt[n]{a})^n\}^m = a^m$$

となる. また $(\sqrt[n]{a})^m > 0$ である. したがって, $(\sqrt[n]{a})^m$ は, n 乗して a^m となる正の実数, つまり $\sqrt[n]{a^m}$ である.

2 順列についての基本的な知識と場合分け等を適切に行い整理する能力について確認する問題である.

(1) ア 4200 (2) イ 1260 (3) ウ 560 (4) エ 1 オ 10 (5) カ 36

3 絶対値記号の基本的な取り扱い方と三角関数のよく知られた性質についての知識の確認およびそれらを適切に利用する思考力を試す問題である.

(1) キ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ク $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) ケ 5 コ $-2\sqrt{3}$ (3) サ 3 (4) シ $2\sqrt{3}$ ス 4

4 極座標と直交座標の関係および極方程式についての知識を確認する問題である. また, やや複雑な計算を正確に実行する能力および計算過程を整理して記述する能力を確認している.

(1) セ $\frac{3\pi}{4}$ ソ $\frac{7\pi}{4}$ (2) タ $\frac{1}{4}x^2 - 1$ (3) チ $-\frac{1}{4}y^2 + 1$ ツ $1 - x$

(4) 求める面積を S で表す.

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2-2\sqrt{2}}^{-2+2\sqrt{2}} \left\{ 2\sqrt{1-x} - \left(\frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right\} dx + \int_{-2+2\sqrt{2}}^1 \left\{ 2\sqrt{1-x} - (-2\sqrt{1-x}) \right\} dx \\ &= \left[-\frac{4}{3}(1-x)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{12}x^3 + x \right]_{-2-2\sqrt{2}}^{-2+2\sqrt{2}} + \left[-\frac{8}{3}(1-x)^{\frac{3}{2}} \right]_{-2+2\sqrt{2}}^1 \\ &= -\frac{4}{3}(3-2\sqrt{2})^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{3}(3+2\sqrt{2})^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{3}(3-2\sqrt{2})^{\frac{3}{2}} \\ &\quad - \frac{1}{12} \left\{ (-2+2\sqrt{2})^3 - (-2-2\sqrt{2})^3 \right\} + (-2+2\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}) \\ &= \frac{4}{3} \left\{ (3+2\sqrt{2})^{\frac{3}{2}} + (3-2\sqrt{2})^{\frac{3}{2}} \right\} - \frac{8\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

2 重根号を外して $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ でもよい.

(別解) 求める面積 S は直線 $y = -x$ に関して対称なので次の式で計算できる.

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_{-2-2\sqrt{2}}^{-2+2\sqrt{2}} \left(-x - \frac{1}{4}x^2 + 1 \right) dx \\ &= 2 \left[-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}x^3 + x \right]_{-2-2\sqrt{2}}^{-2+2\sqrt{2}} \\ &= \frac{32\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$