

令和6年度
一般選抜（前期）

9時00分～10時30分

数 学

問 題 冊 子 1 ～ 7 頁
解 答 用 紙 1 頁

注 意 事 項

1. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、この注意をよく読むこと。
2. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、問題冊子は表紙を上、解答用紙は裏面を上置き、問題冊子は開かないこと。
3. 試験開始の合図〔チャイム〕の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答はかならず定められた解答用紙を用い、はっきり読みやすく記入すること。
また解答欄以外には何も書かないこと。
5. 問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。
6. 試験開始60分以内および試験終了前10分間は、途中退場を認めない。
7. 途中退場、質問、トイレ、体調不良等で用件がある場合は、挙手のうえ監督者の指示に従うこと。
8. 問題冊子に、落丁や乱丁があるときは、挙手のうえ交換を求めること。
9. 試験終了の合図〔チャイム〕があったときは、ただちに筆記用具を置くこと。
10. 試験終了の合図〔チャイム〕の後は、解答用紙は裏返しにして、通路側に置くこと。
なお、途中退場の場合は解答用紙を裏返しにして、問題冊子の上に置くこと。
11. 問題冊子は持ち帰ること。なお、途中退場する場合は問題冊子を持ち帰れない。
12. その他、監督者の指示に従うこと。

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

1 以下の (1) ～ (3) の ア ～ カ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

- (1) 次の表は 6 人の生徒 A～F の数学、物理の小テストの得点と 6 人の平均点であるが、D の数学の得点のみ表示されていない.

	A	B	C	D	E	F	平均
数学	8	8	6		8	10	7
物理	5	7	4	4	4	6	5

D の数学の得点は ア であり、この 6 人の数学の得点の分散を既約分数で答えると
イ である. また、この 6 人の数学と物理の得点の相関係数は $\frac{\text{ウ}}{38}$ である.

- (2) 3 次方程式 $x^3 + \sqrt[3]{4}x + 4 = 0$ の 3 つの解を α, β, γ とするとき、

$$\alpha + \beta + \gamma = \text{エ}$$

$$(10\sqrt[3]{2} - \alpha)(10\sqrt[3]{2} - \beta)(10\sqrt[3]{2} - \gamma) = \text{オ}$$

である.

- (3) a を実数とし、 $(x - a)^2$ で割り切れる 3 次多項式 $f(x)$ を考える. $f(x)$ の係数がすべて実数で、 x^3 の項の係数が 1、 $f(3) = 3$ 、 $f'(3) = 1$ であるとき、 a の値を求めると
 $a = \text{カ}$ である.

- 2 3 辺の長さが $AB = 2$, $BC = 3$, $AC = t$ ($1 < t < 5$) である $\triangle ABC$ の辺 AC 上に点 D をとる. また, $\angle ABD = \alpha$, $\angle CBD = \beta$, $\angle ADB = \theta$ とする.

以下の (1) ~ (3) の キ ~ タ に当てはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

- (1) $\sin \alpha = \sin \beta$ のとき $AD = \text{キ} t$ であり, $2 \sin \alpha = \sin \beta$ のとき $AD = \text{ク} t$ である.

- (2) $2 \sin \alpha = \sin \beta$ とする. このとき, $\triangle ABD$, $\triangle CBD$ に余弦定理をそれぞれ用いて, $\cos \theta$, $\cos(180^\circ - \theta)$ を BD と t を用いた式で表すと

$$\cos \theta = \frac{16 BD^2 + \text{ケ}}{8t BD}$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = \frac{16 BD^2 + \text{コ}}{24t BD}$$

である.

- (3) $2 \sin \alpha = \sin \beta$ とし, $BD = s$ とおく. s を用いて t^2 を表すと $t^2 = \frac{\text{サ}}{3}$ である. また $\cos \alpha$ を s を用いて表すと,

$$\cos \alpha = \frac{16s^2 + \text{シ}}{\text{ス} s}$$

である. $\cos \alpha$ を s の関数と考えて, その最小値を求めると セ である. また, $\cos \alpha$ が最小値をとるときの s , t の値を求めると $s = \text{ソ}$, $t = \text{タ}$ である.

- 3 a を正の実数, e を自然対数の底, $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ とし, 座標平面上の曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq a$) を C_a で表す. C_a の長さは

$$L(a) = \int_0^a \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$$

である.

また $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ とおくと,

$$f'(x) = g(x), \quad g'(x) = f(x), \quad \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 1$$

が成り立つ. 以下の (1), (2), (4) の チ ト にあてはまる適切な数, および (3), (4) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) $\frac{g(a)}{L(a)}$ の値は チ である.

(2) $L(a) = 1$ のとき $f(a)$ の値と a の値を求めると $f(a) = \text{ ツ }$, $a = \text{ テ }$ である.

(3) $L(a) = 1$ のとき C_a 上に点 $P_k(x_k, f(x_k))$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n$) をとり, C_a の長さを n 等分する. ただし n は正の整数であり, $0 = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = a$ とする. このとき,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) = \int_0^1 \sqrt{1+t^2} dt$$

となることを示せ.

(4) $t = g(u)$ という置換を用いて, 定積分 $\int_0^1 \sqrt{1+t^2} dt$ を計算すると, その値は ト である.

また解答用紙の所定の欄に ト の計算過程を記せ.

4

以下の (1) ～ (3) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 次の , にあてはまる数を答えよ.

$4n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で表される自然数を考える. この形の数のうち, 小さい方から 5 番目の素数は で, 小さい方から 5 番目の合成数は である.

(2) a を自然数とする. a を用いて, 次の文中にある b を表せ.

$p_n = an + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする. どのような自然数 m に対しても, $k = bm + 1$ とおくと $p_k = b(am + 1)$ となる.

ここで $b, am + 1$ はともに 1 より大きい自然数なので, p_k は合成数である.

(3) c, d, e を自然数として $q_n = cn^2 + dn + e$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする. c, d, e がどのような自然数であっても, q_n で表される数の中には合成数となるものがあることを示せ.

以 上